

2010年度 花園高等学校 第1回入学試験問題 数学 〈特進〉

※ I は答えだけを書き、それ以外は答えだけでなく途中の計算や説明も書きなさい。

I. 次の各問いに答えなさい。

(1) $\frac{4}{3} \div (-2)^3 - 0.75 \times \frac{4}{9}$ を計算しなさい。

(2) $\frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{1}{\sqrt{(-4)^2}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$ を計算しなさい。

(3) $a^2 - 1 + a^2b - b$ を因数分解しなさい。

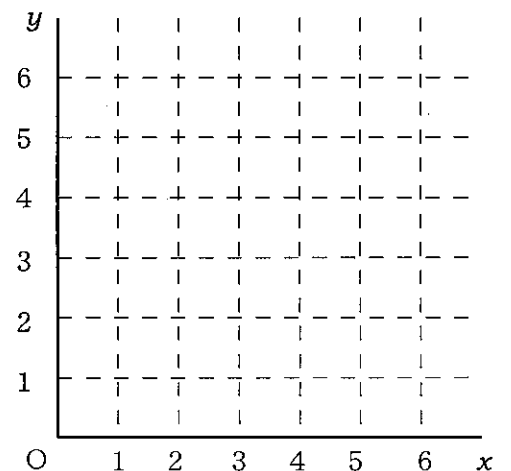
(4) 連立方程式 $\begin{cases} 4x + 5y = 1 \\ 6x + 7y = 3 \end{cases}$ を解きなさい。

(5) 2次方程式 $(x - 2)^2 = 8 - 4x$ を解きなさい。

(6) あるクラブの今年の部員数は、昨年に比べると12%増加したので、28人となった。昨年の部員数を求めなさい。

(7) 2009^{2010} を計算したとき、一の位の数をも求めなさい。

II. 2個のさいころA, Bを同時に投げて、出た目の数をそれぞれ a , b とする。右のような、原点をOとする座標平面上に点 (a, b) をとるとき、次の各問いに答えなさい。ただし、さいころには1~6の目があり、どの目が出ることも同様に確からしいものとする。



(1) とりうる点は全部で何個あるか求めなさい。

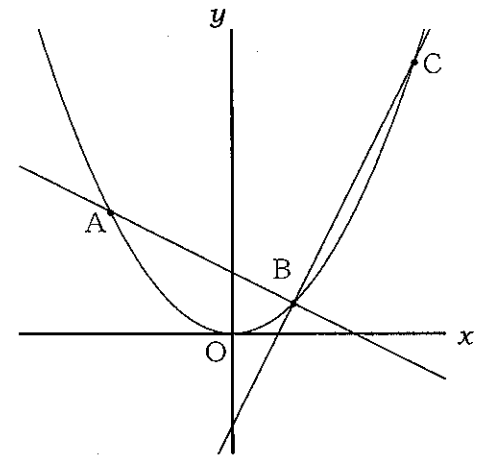
(2) 点 (a, b) が直線 $y = x$ 上にある確率を求めなさい。

(3) 点 (a, b) が3つの直線 $y = x$, $y = -\frac{1}{2}x + 4$, $y = 1$ で

囲まれた部分にある確率を求めなさい。

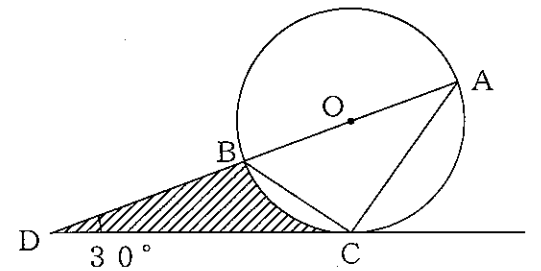
ただし、直線上の点はすべて含むものとする。

Ⅲ. 右の図のように、放物線 $y = ax^2$ ($a > 0$) 上に3点 A, B, C があり、点Bの座標は (2, 1) である。また、2直線AB, BCの傾きはそれぞれ $-\frac{1}{2}$, 2 で、垂直に交わっている。このとき、次の各問いに答えなさい。



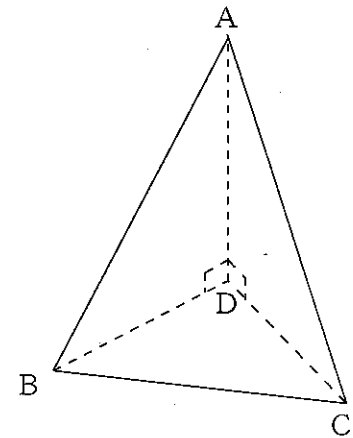
- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 2点A, Cの座標を求めなさい。
- (3) 四角形ABCDが長方形となるとき、点Dの座標を求めなさい。

Ⅳ. 右の図のように、点Oを中心とする半径4 cmの円があり、直径ABの延長線と円上の点Cにおける接線との交点をDとする。 $\angle BDC = 30^\circ$ のとき、次の各問いに答えなさい。ただし、円周率は π として計算しなさい。



- (1) $\angle BCD$ の大きさを求めなさい。
- (2) ACの長さを求めなさい。
- (3) 斜線部分の面積を求めなさい。

Ⅴ. 右の図のように、 $BD = CD = 6$ cm, $AD = 12$ cm, $\angle BCD = 45^\circ$ で、ADが平面BCDに垂直な三角錐がある。この立体について、次の各問いに答えなさい。



- (1) ACの長さを求めなさい。
- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。
- (3) Dから平面ABCに引いた垂線の長さを求めなさい。

2010年度 花園高等学校 第1回入学試験解答用紙 数学 〈特進〉

受験番号		氏名	
------	--	----	--

※ I は答えだけを書き，それ以外は答えだけでなく途中の計算や説明も書きなさい。

I	(1)	(2)	(3)	(4)
	(5)	(6)	(7)	
II	(1)	IV	(1)	
	(2)		(2)	
	(3)		(3)	
III	(1)	V	(1)	
	(2)		(2)	
	(3)		(3)	

2010年度 花園高等学校 第1回入学試験解答用紙 数学 〈特進〉

受験番号		氏名	
------	--	----	--

※ I は答えだけを書き、それ以外は答えだけでなく途中の計算や説明も書きなさい。

I	(1) $-\frac{1}{2}$	(2) $\sqrt{2}$	(3) $(b+1)(a+1)(a-1)$	(4) $x=4, y=-3$
	(5) $x=-2, 2$	(6) 25人	(7) 1	(各5点)
II	(1) $6 \times 6 = 36$ (個) (4点)	IV	(1) OCを引くと $\angle OCD = 90^\circ$ だから $\angle DOC = 60^\circ$ $\triangle OBC$ は $OB = OC$ の二等辺三角形だから $\angle OCB = 60^\circ$ よって, $\angle BCD = 30^\circ$ (4点)	
	(2) 直線 $y=x$ 上にあるのは $(a,b) = (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)$ の6通りあるから 求める確率は, $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. (4点)		(2) $\triangle OBC$ は正三角形になるので $BC = 4\text{cm}$ $\angle BAC = 30^\circ, \angle ABC = 60^\circ, \angle ACB = 90^\circ$ より $BC : AC = 1 : \sqrt{3}$ $AC = 4\sqrt{3}\text{cm}$ (6点)	
	(3) 囲まれた部分にあるのは $(a,b) = (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1), (6,1)$ $(2,2), (3,2), (4,2)$ の9通りあるから 求める確率は, $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ (6点)		(3) $DC = 4\sqrt{3}\text{cm}$ より $\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} (\text{cm}^2)$ 扇形 $OBC = \frac{60}{360} \times 4^2 \times \pi = \frac{8}{3} \pi (\text{cm}^2)$ よって, $8\sqrt{3} - \frac{8}{3} \pi (\text{cm}^2)$ (7点)	
III	(1) 放物線 $y = ax^2$ は, 点 $(2,1)$ を通るから $4a = 1$ よって, $a = \frac{1}{4}$ (4点)	V	(1) 三平方の定理より $AC = \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5} (\text{cm})$ (4点)	
	(2) 直線 AB の式を $y = -\frac{1}{2}x + b$ とおくと, 点 $(2,1)$ を通るから $-1 + b = 1$ より $b = 2$ 点 A の x 座標は $\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2$ より $x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2) = 0$, x は 2 でないので $x = -4$ よって, $A(-4, 4)$ 同様に, 直線 BC の式は $y = 2x - 3$ となるので 点 C の x 座標は $\frac{1}{4}x^2 = 2x - 3$ より $x^2 - 8x + 12 = (x-6)(x-2) = 0$, x は 2 でないので $x = 6$ よって, $C(6, 9)$ (7点)		(2) $\angle CBD = 45^\circ, \angle BDC = 90^\circ$ より $BC = 6\sqrt{2} (\text{cm})$ また, $AB = AC$ より, A から BC に垂線 AM を引くと M は BC の中点になるので, 三平方の定理より $AM = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2} = 9\sqrt{2}$ よって, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 9\sqrt{2} = 54 (\text{cm}^2)$ (6点)	
	(3) $D(x,y)$ とすると AC の中点と BD の中点は一致するから $\frac{x+2}{2} = 1, \frac{y+1}{2} = \frac{13}{2}$ より $x=0, y=12$ よって, $D(0, 12)$ (6点)		(3) 三角錐の体積は $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6^2 \times 12 = 72 (\text{cm}^3)$ 求める垂線の長さを h とすると $\frac{1}{3} \times 54 \times h = 72$ より $h = 4$ よって, 求める垂線の長さは $4 (\text{cm})$ (7点)	