平成２３年度　高 等 学 校 入 学 試 験 問 題　（数　学）

各問題の下の余白に，計算を残すこと。
答えはすべて解答らんに記入すること。

受験番号		名前		得点	

1　次の問いに答えなさい。

(1)　$(5a)^2 \times (2a^2b)^3 \div 4a^2b^2$ を計算しなさい。

(2)　$\dfrac{4(2x-y)}{7} - \dfrac{x-2y}{2}$ を計算しなさい。

(3)　$(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2 + \dfrac{\sqrt{30}-7\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ を計算しなさい。

(4)　$(x+3)^2 - 8(x+3) + 12$ を因数分解しなさい。

(5)　連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{1}{6}x + \dfrac{1}{4}y = 3 \\ 0.2x - 0.1y = 2.8 \end{cases}$ を解きなさい。

$x =$　　，$y =$

(6)　等式 $p-2 = \dfrac{3q+4r-1}{2}$ を r について解きなさい。

$r =$

(7)　2 次方程式 $2x^2 + px + 6p = 0$ の 1 つの解が 3 であるとき，p の値と他の解をそれぞれ求めなさい。

$p =$

$x =$

(8)　$x = \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$，$y = \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ のとき，$x^2 + y^2$ の値を求めなさい。

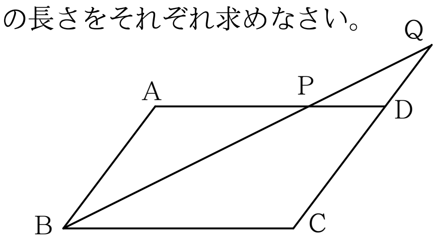
$x^2 + y^2 =$

(9)　$\sqrt{224n}$ が自然数となるような最小の自然数 n を求めなさい。

$n =$

(10)　関数 $y = 4x^2$ において，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

(11)　$\mathrm{AB} = 6$，$\mathrm{BC} = 9$ である平行四辺形ＡＢＣＤがある。辺ＡＤ上に $\mathrm{AP:PD} = 2:1$ となる点Ｐをとり，ＢＰの延長とＣＤの延長との交点をＱとする。ＡＰとＱＤの長さをそれぞれ求めなさい。



AP =

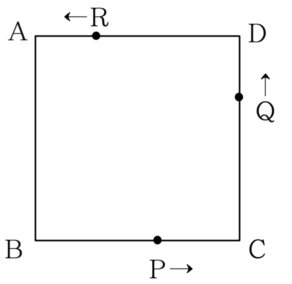
QD =

平成２３年度　高等学校入学試験問題　（数学）

各問題の下の余白に，計算を残すこと。
答えはすべて解答らんに記入すること。

受験番号		名前		得点	

2　1辺の長さが6の正方形ＡＢＣＤがある。点Ｐが A から一定の速さで，Ａ→Ｂ→Ｃと辺上を動く。点Ｑ，Ｒは Ｐの半分の速さで Ｐが Ａを出発するのと同時に，それぞれ Ｃ→Ｄ，Ｄ→Ａと辺上を動く。ＰがＢＣ上にあるとき△ＰＱＲの面積は 12 になった。Ｑの動いた距離を x として，次の問いに答えなさい。



(1)　ＰＣの長さを x を用いて表しなさい。

(2)　台形ＲＰＣＤの面積を x を用いて表しなさい。

(3)　Ｐの動いた距離を求めなさい。

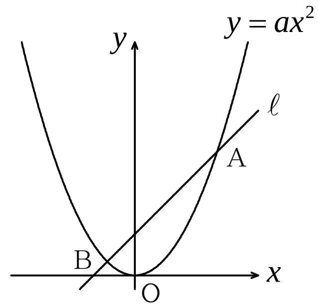
3　3つの袋Ａ，Ｂ，Ｃがあり，それぞれの袋には4個ずつ玉が入っている。Ａの玉には 1，2，3，4，Ｂの玉には 5，6，7，8，Ｃの玉には 2，4，6，8 の数字がそれぞれ1つずつ書かれている。次の問いに答えなさい。

(1)　Ａ，Ｂからそれぞれ1つずつ玉を取り出すとき，玉に書かれた数字の積が偶数となる確率を求めなさい。

(2)　Ａ，Ｂからそれぞれ1つずつ玉を取り出し，玉に書かれた数字をそれぞれ十の位，一の位として2けたの数を作る。その数が素数となる確率を求めなさい。

(3)　Ａ，Ｂ，Ｃからそれぞれ1つずつ玉を取り出し，玉に書かれた数字をそれぞれ百の位，十の位，一の位として3けたの数を作る。その数が4の倍数となる確率を求めなさい。

4　放物線 $y=ax^2$ と直線 ℓ が2点Ａ，Ｂで交わっている。Ａの座標が $(6,\ 9)$，Ｂの x 座標が -2 であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　a の値を求めなさい。

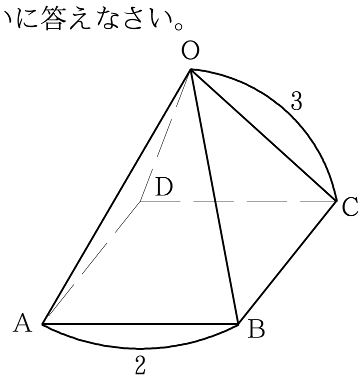
$a=$

(2)　ℓ の式を求めなさい。

(3)　放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=x$ の交点のうち，原点以外の交点をＣとするとき，△ＡＢＣの面積を求めなさい。

5　図のような正四角すいがある。次の問いに答えなさい。

(1)　正方形ＡＢＣＤを底面とするとき，正四角すいの高さを求めなさい。



(2)　正四角すいの体積を求めなさい。

(3)　辺ＯＡ上に $\mathrm{OP}:\mathrm{PA}=2:1$ となる点Ｐをとるとき，四面体ＰＢＣＤの体積を求めなさい。

平成２３年度　高等学校入学試験問題　（数学）　（２枚のうち１枚目）

各問題の下の余白に，計算を残すこと。
答えはすべて解答らんに記入すること。

受験番号		名前		得点	52

4点×13

1 次の問いに答えなさい。

(1) $(5a)^2\times(2a^2b)^3\div4a^2b^2$ を計算しなさい。

$25a^2\times8a^6b^3\times\frac{1}{4a^2b^2}$

$=50a^6b$

$\boxed{50a^6b}$

(2) $\frac{4(2x-y)}{7}-\frac{x-2y}{2}$ を計算しなさい。

$\frac{16x-8y-7x+14y}{14}$

$=\frac{9x+6y}{14}$

$\boxed{\frac{9x+6y}{14}}$

(3) $(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2+\frac{\sqrt{30}-7\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ を計算しなさい。

$2+2\sqrt{10}+5+\frac{3\sqrt{10}-21}{3}$

$=7+2\sqrt{10}+\sqrt{10}-7$

$=3\sqrt{10}$

$\boxed{3\sqrt{10}}$

(4) $(x+3)^2-8(x+3)+12$ を因数分解しなさい。

$x^2+6x+9-8x-24+12$

$=x^2-2x-3$

$=(x-3)(x+1)$

$\boxed{(x-3)(x+1)}$

(5) 連立方程式 $\begin{cases}\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}y=3 & -① \\ 0.2x-0.1y=2.8 & -②\end{cases}$ を解きなさい。

①×12より　$2x+3y=36$ －③

②×10より　$2x-y=28$ －④

③－④より　$4y=8$

$y=2$

④に代入して　$2x=30$

$x=15$

$\boxed{x=15,\ y=2}$

(6) 等式 $p-2=\frac{3q+4r-1}{2}$ を r について解きなさい。

$2p-4=3q+4r-1$

$2p-3q-3=4r$

$r=\frac{2p-3q-3}{4}$

$\boxed{r=\frac{2p-3q-3}{4}}$

(7) ２次方程式 $2x^2+px+6p=0$ の１つの解が３であるとき，p の値と他の解をそれぞれ求めなさい。

$x=3$を代入して

$18+3p+6p=0$

$p=-2$

よって　$2x^2-2x-12=0$

$x^2-x-6=0$

$(x-3)(x+2)=0$

$x=3,-2$

$p=-2$
$x=-2$

(8) $x=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$，$y=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ のとき，x^2+y^2 の値を求めなさい。

$x=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}$，$y=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$

より　$x+y=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$

$=\frac{2\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}$

$xy=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}\times\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$

$=\frac{10-6}{4}=1$

よって

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=(\sqrt{10})^2-2\times1=8$

$\boxed{x^2+y^2=8}$

(9) $\sqrt{224n}$ が自然数となるような最小の自然数 n を求めなさい。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 224 \\ 2 & 112 \\ 2 & 56 \\ 2 & 28 \\ 2 & 14 \\ & 7 \end{array}$$

$224=2^5\times7=2^4\times2\times7$

根号の中身が平方数になればよいから

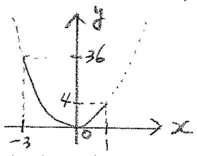
$n=2\times7=14$

$\boxed{n=14}$

(10) 関数 $y=4x^2$ において，x の変域が $-3\leqq x\leqq1$ のとき，y の変域を求めなさい。

$x=-3$のとき　$y=4\times(-3)^2=36$

$x=1$のとき　$y=4\times1^2=4$

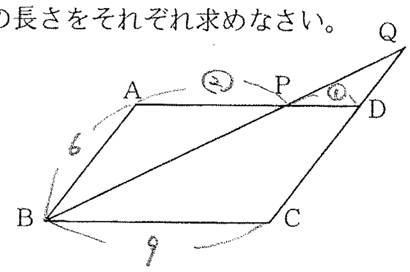


グラフより

$0\leqq y\leqq36$

$\boxed{0\leqq y\leqq36}$

(11) AB＝6，BC＝9である平行四辺形ＡＢＣＤがある。辺ＡＤ上にAP：PD＝2：1となる点Ｐをとり，ＢＰの延長とＣＤの延長との交点をＱとする。ＡＰとＱＤの長さをそれぞれ求めなさい。



平行四辺形の対辺は等しいから

AD＝BC＝9

AP：PD＝2：1より

$AP=\frac{2}{3}AD=\frac{2}{3}\times9=6$

△APB∽△DPQより

AB：DQ＝AP：DP

6：QD＝2：1

2QD＝6

QD＝3

AP＝ 6
QD＝ 3

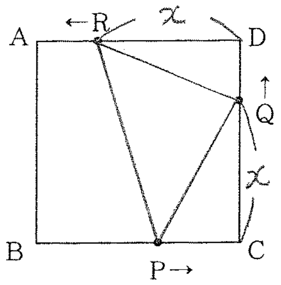
平成２３年度　高等学校入学試験問題　（数学）　（２枚のうち２枚目）

各問題の下の余白に，計算を残すこと。
答えはすべて解答らんに記入すること。

受験番号		名前		得点	48

4点×3

2　1辺の長さが6の正方形ＡＢＣＤがある。点Ｐが Aから一定の速さで，A→B→Cと辺上を動く。点Q，RはPの半分の速さでPがAを出発するのと同時に，それぞれC→D，D→Aと辺上を動く。PがBC上にあるとき△ＰＱＲの面積は12になった。Qの動いた距離をxとして，次の問いに答えなさい。



(1)　ＰＣの長さをxを用いて表しなさい。

$AB+BP=2x$であり
$AB+BC=6+6=12$ より
$PC=12-2x$

答：$12-2x$

(2)　台形ＲＰＣＤの面積をxを用いて表しなさい。

$PC=12-2x,\ DR=x,\ CD=6$ より
$\{(12-2x)+x\}\times 6\times\frac{1}{2}=36-3x$

答：$36-3x$

(3)　Ｐの動いた距離を求めなさい。

$\triangle PQR=(台形RPCD)-\triangle PCQ-\triangle QDR$
$12=(36-3x)-\frac{1}{2}\times(12-2x)\times x-\frac{1}{2}\times(6-x)\times x$
$12=36-3x-6x+x^2-3x+\frac{1}{2}x^2$
$\frac{3}{2}x^2-12x+24=0$
$x^2-8x+16=0$
$(x-4)^2=0$
$x=4$
Pの動いた距離は $2\times4=8$

答：8

4点×3

3　3つの袋A，B，Cがあり，それぞれの袋には4個ずつ玉が入っている。Aの玉には1，2，3，4，Bの玉には5，6，7，8，Cの玉には2，4，6，8の数字がそれぞれ1つずつ書かれている。次の問いに答えなさい。

(1)　A，Bからそれぞれ1つずつ玉を取り出すとき，玉に書かれた数字の積が偶数となる確率を求めなさい。

玉の取り出し方は，全部で $4\times4=16$（通り）
積が偶数となるのは
$(A,B)=(1,6)(1,8)(2,5)(2,6)(2,7)(2,8)$
$(3,6)(3,8)(4,5)(4,6)(4,7)(4,8)$
の12通りあるから $\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$

答：$\frac{3}{4}$

(2)　A，Bからそれぞれ1つずつ玉を取り出し，玉に書かれた数字をそれぞれ十の位，一の位として2けたの数を作る。その数が素数となる確率を求めなさい。

素数となるのは 17，37，47
の3通りであるから $\frac{3}{16}$

答：$\frac{3}{16}$

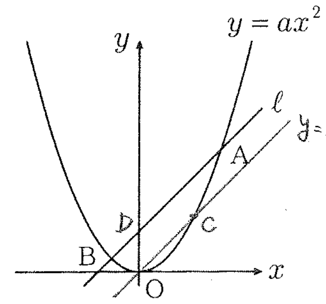
(3)　A，B，Cからそれぞれ1つずつ玉を取り出し，玉に書かれた数字をそれぞれ百の位，十の位，一の位として3けたの数を作る。その数が4の倍数となる確率を求めなさい。

4の倍数となるとき，下2ケタが4の倍数であればよいから．
$(B,C)=(5,2)(5,6)(6,4)(6,8)(7,2)(7,6)(8,4)(8,8)$
の8通りあり．それぞれにAが4通りあるから
$8\times4=32$（通り）
よって $\frac{32}{4\times4\times4}=\frac{1}{2}$

答：$\frac{1}{2}$

4点×3

4　放物線$y=ax^2$と直線ℓが2点A，Bで交わっている。Aの座標が$(6,9)$，Bのx座標が-2であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　aの値を求めなさい。

$y=ax^2$ が $A(6,9)$ を通るから
代入して $9=36a$
$a=\frac{1}{4}$

答：$a=\frac{1}{4}$

(2)　ℓの式を求めなさい。

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-2$ を代入に
$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$　∴ $B(-2,1)$
ℓ を $y=ax+b$ とおくと
$A(6,9),\ B(-2,1)$ を通るから
$$\begin{cases}9=6a+b\\1=-2a+b\end{cases}$$
$8=8a$
$a=1,\ b=3$

答：$y=x+3$

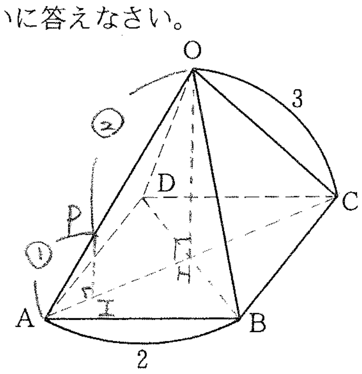
(3)　放物線$y=ax^2$と直線$y=x$の交点のうち，原点以外の交点をCとするとき，△ＡＢＣの面積を求めなさい。

直線ℓと直線$y=x$は平行であるから．
$\triangle ABC=\triangle ABO$ であり，ℓとy軸との交点を$D(0,3)$とすると
$\triangle ABO=\triangle BOD+\triangle DOA$
$=\frac{1}{2}\times2\times3+\frac{1}{2}\times6\times3=12$
よって $\triangle ABC=12$

答：12

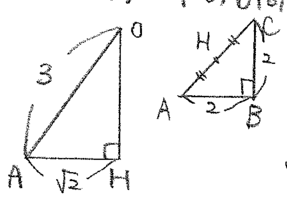
4点×3

5　図のような正四角すいがある。次の問いに答えなさい。



(1)　正方形ＡＢＣＤを底面とするとき，正四角すいの高さを求めなさい。

対角線ACとBDの交点をHとすると
OHが求める高さとなる



$AC=\sqrt{2}AB$
$=2\sqrt{2}$
より．$AH=\frac{1}{2}AC=\sqrt{2}$
△OAHで三平方の定理を用いて
$OH=\sqrt{3^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}$

答：$\sqrt{7}$

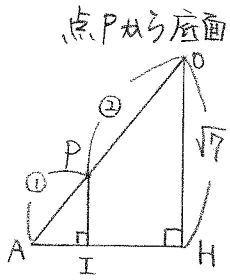
(2)　正四角すいの体積を求めなさい。

$\frac{1}{3}\times2\times2\times\sqrt{7}=\frac{4\sqrt{7}}{3}$

答：$\frac{4\sqrt{7}}{3}$

(3)　辺ＯＡ上にＯＰ：ＰＡ＝２：１となる点Ｐをとるとき，四面体ＰＢＣＤの体積を求めなさい。

点Pから底面BCDに垂線PIをひくとIはAC上の点となる．



$PI:OH=AP:AO$ より．
$PI:\sqrt{7}=1:3$
$PI=\frac{\sqrt{7}}{3}$
よって．
四面体PBCDの体積は
$\frac{1}{3}\times\triangle BCD\times PI$
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{7}}{3}=\frac{2\sqrt{7}}{9}$

答：$\frac{2\sqrt{7}}{9}$