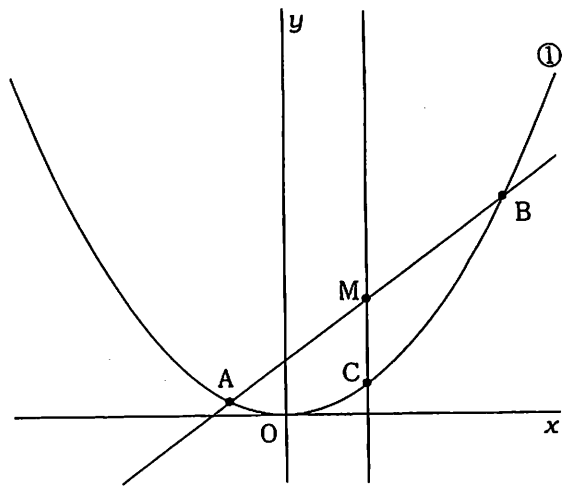
塾人社　入試問題分析シリーズ【関数編】

No. 1

花園高校　特進　2004(平成16)年度入試問題　4番



Ⅳ. 右の図のように，放物線 $y=ax^2$…①上に点A$\left(-1,\ \frac{1}{4}\right)$ B(4，4) をとり，2点A，Bを通る直線を $y=mx+n$ とする。線分ABの中点をMとし，点Mを通り，y軸に平行な直線と①との交点をCとするとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　a，m，nの値を求めなさい。

(2)　中点Mの座標を求めなさい。

(3)　△ACBの面積を求めなさい。

花園高校　特進　2004(平成16)年度入試問題　4番

詳解　No. 1−1

(1) 放物線 $y=ax^2$ 上に点A$(-1,\frac{1}{4})$がある。つまり通る点なので代入すると

$$\frac{1}{4}=a\times(-1)^2$$

$$\frac{1}{4}=a$$

よって $\underline{a=\frac{1}{4}}$

直線 $y=mx+n$ は、2点A.Bを通っているので、2点を代入

A$(-1, \frac{1}{4})$ ，B(4.4)を代入すると

$$\begin{cases}\frac{1}{4}=-m+n \cdots ① \\ 4=4m+n \cdots ②\end{cases}$$

①×4より

$$\frac{1}{4}\times4=-4m+4n$$

$$1=-4m+4n$$

$$-4m+4n=1 \cdots ①'$$

①'+②

$$\begin{array}{rr} & -4m+4n=1 \\ +) & 4m+n=4 \\ \hline & 5n=5 \end{array}$$

$$n=\frac{5}{5}$$

$\underline{n=1}$ …③

③を②に代入すると

$4m+1=4$

$4m=4-1$

$4m=3$

$m=\frac{3}{4}$ //

よって

$a=\frac{1}{4}$

$m=\frac{3}{4}$

$n=1$ //

(2) 2つの点 A(●, △), B(□, ☆)の中点は

$\left(\frac{● + □}{2}, \frac{△ + ☆}{2}\right)$ となるので

点A $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ と点B(4.4)の中点Mは

$\left(\frac{-1+4}{2}, \frac{\frac{1}{4}+4}{2}\right)$

$=\left(\frac{3}{2}, \frac{\frac{1+16}{4}}{2}\right)$

$$= \left(\frac{3}{2} , \frac{\frac{17}{4}}{2} \right) \qquad \frac{\frac{17}{\cancel{4}} \times \cancel{4}}{2 \times 4}$$

$$= \left(\frac{3}{2} , \frac{17}{8} \right) /\!/$$

(3)　まず，点Cの座標であるが，点Mの座標が(2)より $\left(\frac{3}{2}, \frac{17}{8}\right)$ なので，点Cと点Mのx座標が同じことより　$x=\frac{3}{2}$ となる

また，点Cは $y=\frac{1}{4}x^2$ を通るので，$x=\frac{3}{2}$ を代入すると

$$y = \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

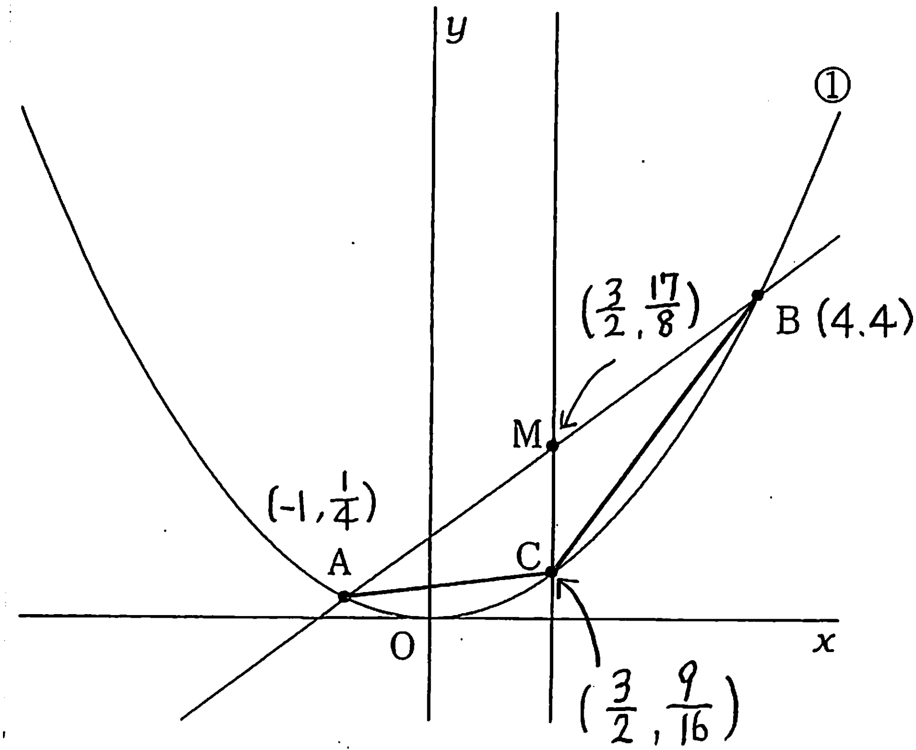
$$y = \frac{1}{4} \times \frac{9}{4}$$

$$y = \frac{9}{16}$$ となり

Cの座標は $\underline{\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{16}\right)}$

花園高校　特進　2004(平成16)年度入試問題　4番

詳解　No. 1−4



ここでMCの長さは　$\frac{17}{8} - \frac{9}{16}$　　　㊤−㊦で求める

$= \frac{34-9}{16}$

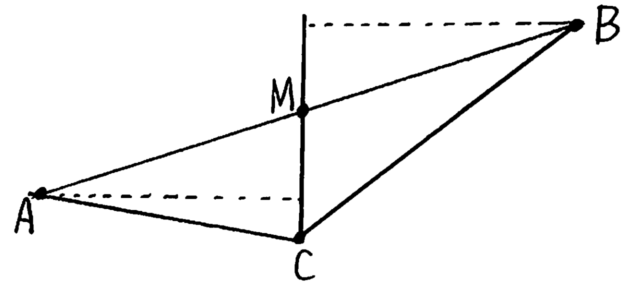
$= \frac{25}{16}$ //

△ACBの面積 = △ACM + △BCM なので

△ACMと△BCMを別々に求めて合計することにする

花園高校 特進 2004(平成16)年度入試問題 4番

詳解 No. 1–5



底辺MCは $\frac{25}{16}$ で共通

△ACMの高さは ※ 点Cのx座標から点Aのx座標を引く

$\frac{3}{2}-(-1)$ 　右－左で求める

$= \frac{3+2}{2}$

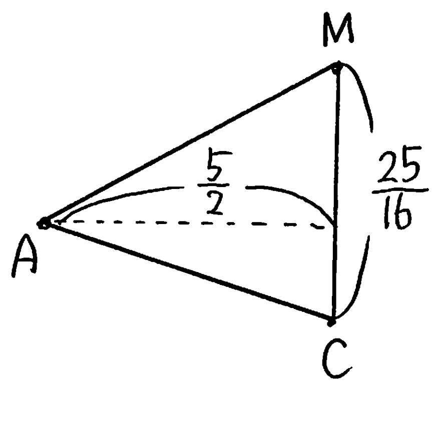
$= \frac{5}{2}$

よって △ACMの面積は

$\frac{25}{16}\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}$

$= \frac{25\times5\times1}{16\times2\times2}$

$= \frac{125}{64}$



花園高校　特進　2004（平成16）年度入試問題　4番

詳解　No. 1−6

次に　△BCMの高さは

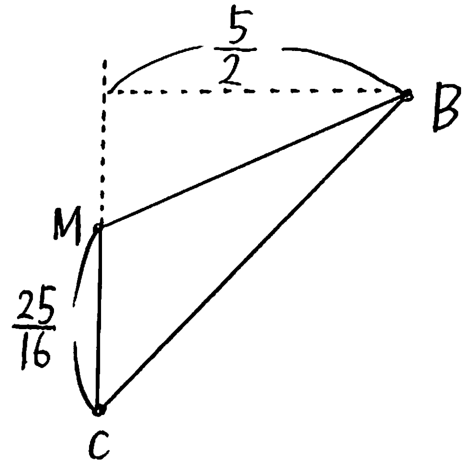
$$4-\frac{3}{2}$$

$$=\frac{8-3}{2}$$

$$=\frac{5}{2}$$

※点Bのx座標から点Cのx座標を引く

㊨−㊧で求める



よって　△BCMの面積は

$$\frac{25}{16}\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}$$

（△ACMと同じ計算なので途中式省略）

$$=\underline{\frac{125}{64}}$$

よって　△ACB＝△ACM＋△BCMより

$$\frac{125}{64}+\frac{125}{64}$$

$$=\frac{250}{64}$$

$$=\frac{125}{32}$$

$$\underline{\frac{125}{32}}$$