

塾人社 入試問題分析シリーズ【関数編】

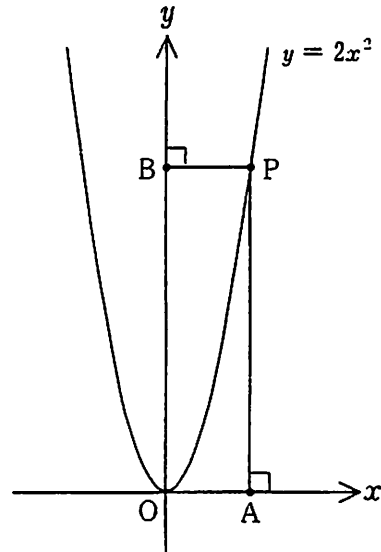
No. 2

京都橘高校 2001(平成13)年度入試問題 6番

二次関数 $y = 2x^2$ のグラフ上の点 P から x 軸, y 軸に引いた垂線を PA , PB とする。

(1) 点 P の x 座標が正の数で、長方形 $BOAP$ が正方形になるとき、点 P の座標を求めなさい。

(2) 点 A の x 座標が 2 のとき、 y 軸上の点 $C(0, 6)$ を通る直線 l が長方形 $BOAP$ の面積を 2 等分している。この直線 l の方程式を求めなさい。



(1)

2次関数 $y = 2x^2$ 上に点 P があることから
点 P の x 座標を m とすると、 y 座標は $2m^2$ とする

そこで PA の長さは点 P の y 座標と同じなので $2m^2$ とする
また PB の長さは点 P の x 座標と同じなので m とする

長方形 $BOAP$ が正方形になるためには
縦と横の長さが同じになるといけるので
 $PA = PB$

$$\begin{aligned} \text{つまり、} \quad 2m^2 &= m \\ 2m^2 - m &= 0 \\ m(2m - 1) &= 0 \\ m &= 0, \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{そこで } m > 0 \text{ となるので} \quad m = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{よって、} y \text{ 座標は } 2m^2 \text{ となるので} \quad 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ = 2 \times \frac{1}{4} \\ = \frac{2 \times 1}{4} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}$$

点Pの座標は $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ #

- (2) 長方形 BOAP の面積を 2 等分する直線は
平行四辺形の性質より対角線の交点を通る二ととる

対角線の交点はそれぞれの中点で交わるので
PO の中点を求めればよい。

条件より点 A の x 座標が 2 であるので、点 P の座標は
(2, 8) とする。よって点 P(2, 8)、点 O(0, 0) の
中点は

$$\left(\frac{2+0}{2}, \frac{8+0}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{2}{2}, \frac{8}{2}\right)$$

$$= (1, 4) \text{ とする}$$

よって、直線 l は、点 $C(0, 6)$ と中点 $(1, 4)$ を通る
ので、 $y = ax + b$ に代入すると

$$\begin{aligned} (0, 6) \text{ を代入} \quad b &= a \times 0 + b \\ b &= 6 \end{aligned}$$

$$y = ax + b \text{ に } (1, 4) \text{ を代入}$$

$$4 = a \times 1 + b$$

$$4 = a + b$$

$$a + b = 4$$

$$a = 4 - b$$

$$a = -2$$

$$\text{直線 } l \text{ の式は } \underline{y = -2x + 6}$$