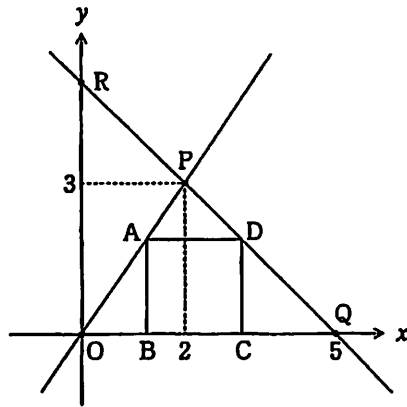


南京都高校 2007(平成19)年度入試問題 5番

⑤ 右の図のように、座標平面上に、3点 O , $P(2, 3)$, $Q(5, 0)$ を頂点とする三角形がある。図のように四角形 $ABCD$ は $\triangle OPQ$ に内接している正方形である。直線 PQ と y 軸との交点を R とするとき、次の問いに答えなさい。

1. 直線 PQ の式を求めなさい。()
2. $\triangle OPR$ の面積を求めなさい。()
3. 正方形 $ABCD$ の一辺の長さを求めなさい。()



1. P(2,3) Q(5,0)より直線の式 $y=ax+b$ を代入

$$\begin{aligned} 3 &= 2a + b \\ -10 &= 5a + b \end{aligned}$$

$$3 = -3a$$

$$-3a = 3$$

$$a = -\frac{3}{3}$$

$$a = -1$$

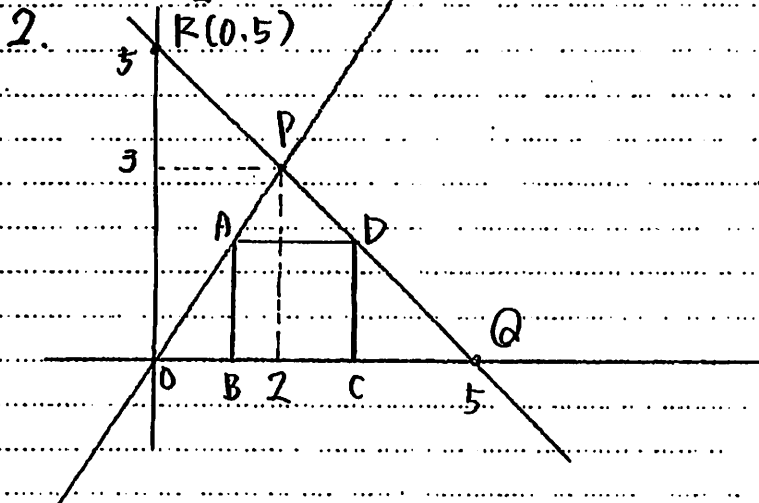
$$3 = -2 + b$$

$$-2 + b = 3$$

$$b = 3 + 2$$

$$b = 5$$

$$y = -x + 5$$



よって点Rの座標は (0,5)

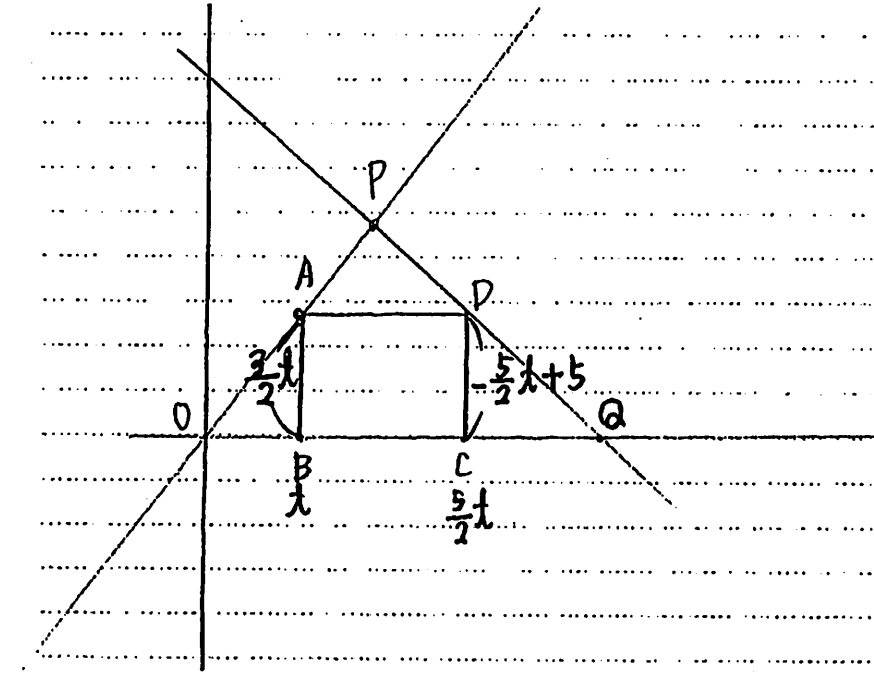
よって $\triangle OPR$ は 底辺 OR が 5

高さは 2 ← (注) 3 と間違えたら ×!

$$5 \times 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5 \times 2 \times 1}{2}$$

$$= 5$$



直線 OP は原点と $P(2, 3)$ を通るので

$y = ax + k$ ($2, 3$) を代入

$$3 = 2a$$

$$2a = 3$$

$$a = \frac{3}{2}$$

OP の式は

$$y = \frac{3}{2}x$$

ここで点 B の x 座標を t とすると

$$B(t, 0), A(t, \frac{3}{2}t)$$

正方形なので点 C は $(\frac{5}{2}t, 0)$ とする

↑

$$t + \frac{3}{2}t$$

$$= \frac{2t + 3t}{2} \text{ あり}$$

よって $C\left(\frac{5}{2}t, 0\right)$ となる。点Dは

$y = -x + 5$ に x 座標を代入して

$$y = -\frac{5}{2}t + 5$$

$AB = CD$ となる

$$\frac{3}{2}t = -\frac{5}{2}t + 5$$

$\times 2$

$$3t = -5t + 10$$

$$3t + 5t = 10$$

$$8t = 10$$

$$t = \frac{10}{8}$$

$$t = \frac{5}{4}$$

よって正方形の一辺の長さは

$$\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{15}{8}$$

$$\frac{15}{8}$$