

大谷高校 2006(平成18)年度入試問題 4番

④ 右の図のように、点  $A(4, 3)$  を通る直線  $l$  を  $y = ax + b$  とし、これが  $y$  軸の正の部分と交わる点を  $B(0, b)$  とする。いま、点  $P(t, 0)$  が原点  $O$  より  $x$  軸上を正の方向に動くものとする。 $\triangle PAB$  の面積を  $S$  とするとき、以下の問いに答えなさい。

(1)  $b$  を  $a$  の式で表しなさい。 $b = ( \quad )$

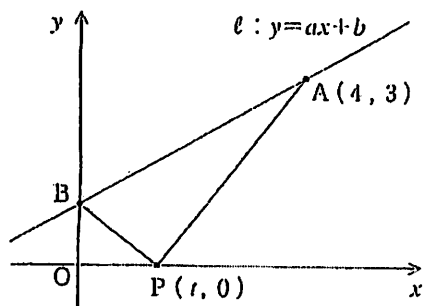
(2)  $S$  を  $b$  と  $t$  の式で表すと

$$S = \boxed{\quad} b + \boxed{\quad} t - \boxed{\quad} bt$$

となる。 $\boxed{\quad}$  に適当な数を入れなさい。 $S = \boxed{\quad} b + \boxed{\quad} t - \boxed{\quad} bt$

(3)  $S$  を  $a$  と  $t$  の式で表しなさい。 $S = ( \quad )$

(4)  $t$  がある値のとき、 $S$  は  $a$  の値にかかわらず一定の値をとる。このときの  $t$  の値と  $S$  の値を求めなさい。 $t = ( \quad )$   $S = ( \quad )$



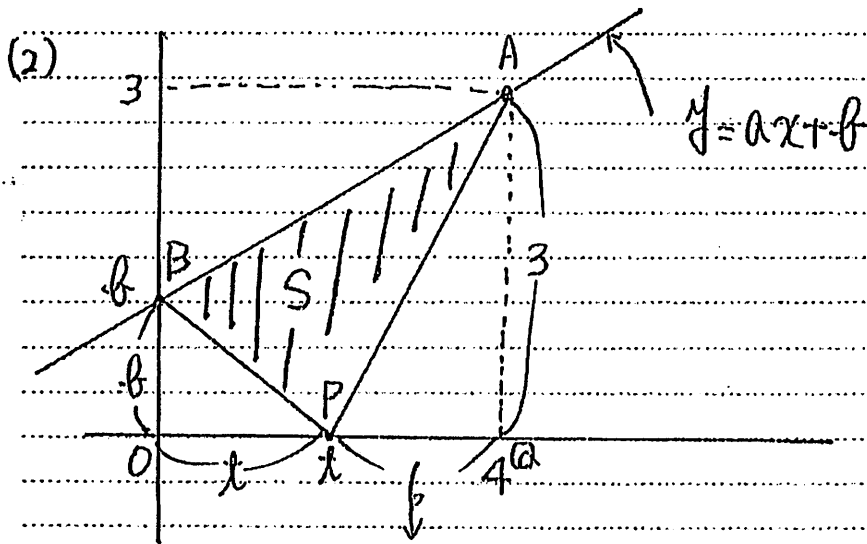
(1) 直線  $l$  は  $y = ax + b$  で  $A(4, 3)$  を通る

$$3 = 4a + b$$

$$4a + b = 3$$

$$b = 3 - 4a$$

$$\underline{b = 3 - 4a}$$



$(4-t)$

∴  $\triangle PAB$  の面積は台形  $OBAQ$  の面積から

$\triangle OBP$  と  $\triangle PAQ$  の面積をひいたものなので

$$\text{台形 } OBAQ = (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \times \frac{1}{2}$$

$$(b + 3) \times 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4(b+3)}{2}$$

$$= 2(b+3)$$

$$\triangle OBP \text{ は } b \times t \times \frac{1}{2} \quad \triangle PAQ \text{ は } (4-t) \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{bt}{2}$$

$$= \frac{3(4-t)}{2}$$

よ、 $S$

$$2(b+3) - \frac{bt}{2} - \frac{3(4-t)}{2}$$

$$= \frac{4(b+3) - bt - 3(4-t)}{2}$$

$$= \frac{4b+12 - bt - 12 + 3t}{2}$$

$$= \frac{4b - bt + 3t}{2} \quad \rightarrow = \frac{4b + 3t - bt}{2}$$

よ、 $S$

$$S = \boxed{\phantom{00}} b + \boxed{\phantom{00}} t - \boxed{\phantom{00}} bt$$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 $2$                        $\frac{3}{2}$                        $\frac{1}{2}$

(3) (1)で  $b = 3 - 4a$  とおくと

$$S = \frac{4b + 3t - bt}{2} \quad \text{に代入すると}$$

$$S = \frac{4(3-4a) + 3t - (3-4a)t}{2}$$

$$S = \frac{12 - 16a + 3t - 3t + 4at}{2}$$

$$S = \frac{12 - 16a + 3t - 3t + 4at}{2}$$

$$S = \frac{12 - 16a + 4at}{2}$$

$$S = 6 - 8a + 2at$$

$$(4) S = 2at - 8a + 6$$

$$S = 2a(t-4) + 6$$

∴  $t=4$  の時は  $2a(t-4) = 0$  となり

$a$  の値がいくらであっても  $S = 6$

$$\underline{t=4 \text{ で } S=6}$$