

大谷高校 2006(平成18)年度入試問題 4番

④ 右の図のように、点 $A(4, 3)$ を通る直線 l を $y = ax + b$ とし、これが y 軸の正の部分と交わる点を $B(0, b)$ とする。いま、点 $P(t, 0)$ が原点 O より x 軸上を正の方向に動くものとする。 $\triangle PAB$ の面積を S とするとき、以下の問いに答えなさい。

(1) b を a の式で表しなさい。 $b = (\quad)$

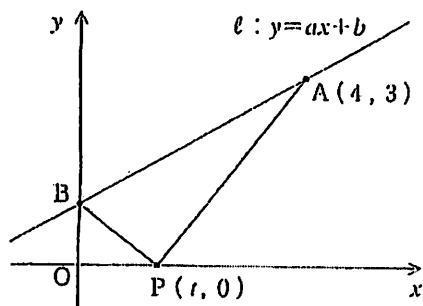
(2) S を b と t の式で表すと

$$S = \boxed{\quad} b + \boxed{\quad} t - \boxed{\quad} bt$$

となる。 $\boxed{\quad}$ に適当な数を入れなさい。 $S = \boxed{\quad} b + \boxed{\quad} t - \boxed{\quad} bt$

(3) S を a と t の式で表しなさい。 $S = (\quad)$

(4) t がある値のとき、 S は a の値にかかわらず一定の値をとる。このときの t の値と S の値を求めなさい。 $t = (\quad)$ $S = (\quad)$



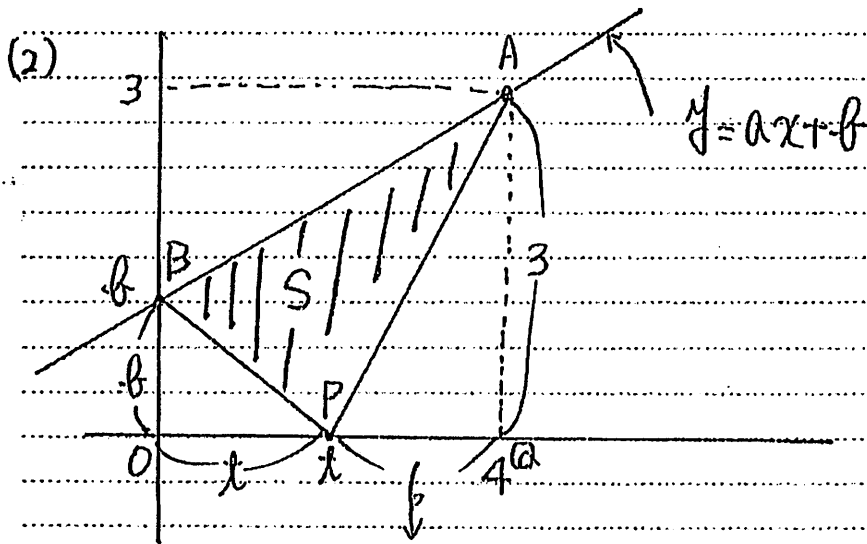
(1) 直線 l は $y = ax + b$ で $A(4, 3)$ を通る

$$3 = 4a + b$$

$$4a + b = 3$$

$$b = 3 - 4a$$

$$\underline{b = 3 - 4a}$$



$(4-t)$

∴ $\triangle PAB$ の面積は台形 $OBAQ$ の面積から

$\triangle OBP$ と $\triangle PAQ$ の面積をひいたものなので

$$\text{台形 } OBAQ = (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \times \frac{1}{2}$$

$$(b + 3) \times 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4(b+3)}{2}$$

$$= 2(b+3)$$

$$\triangle OBP \text{ は } b \times t \times \frac{1}{2} \quad \triangle PAQ \text{ は } (4-t) \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{bt}{2}$$

$$= \frac{3(4-t)}{2}$$

よって

$$\begin{aligned}
 & 2(b+3) - \frac{bt}{2} - \frac{3(4-t)}{2} \\
 = & \frac{4(b+3) - bt - 3(4-t)}{2} \\
 = & \frac{4b+12 - bt - 12 + 3t}{2} \\
 = & \frac{4b - bt + 3t}{2} \quad \rightarrow = \frac{4b + 3t - bt}{2}
 \end{aligned}$$

よって

$$S = \boxed{} b + \boxed{} t - \boxed{} bt$$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow$
 $2 \qquad \qquad \frac{3}{2} \qquad \qquad \frac{1}{2}$

(3) (1)より $b = 3 - 4a$ とおくと

$$S = \frac{4b + 3t - bt}{2} \quad \text{に代入すると}$$

$$S = \frac{4(3-4a) + 3t - (3-4a)t}{2}$$

$$S = \frac{12 - 16a + 3t - 3t + 4at}{2}$$

$$S = \frac{12 - 16a + 4at}{2}$$

$$S = \frac{12 - 16a + 4at}{2}$$

$$S = 6 - 8a + 2at$$

$$(4) S = 2at - 8a + 6$$

$$S = 2a(t-4) + 6$$

∴ $t=4$ の時は $2a(t-4) = 0$ となり

a の値がいくらであっても $S = 6$

$$\underline{t=4 \text{ で } S=6}$$